

УДК 548.0:539.3

АЛЬШИЦ В. И., ЛЮБИМОВ В. И., НАУМЕНКО Н. Ф.,
ПЕРЕЛОМОВА И. В., ШУВАЛОВ А. И.ОСОБЫЕ ОБЪЕМНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛАХ
РАЗЛИЧНОЙ СИММЕТРИИ

Исследуются особые объемные (*exceptional*) волны, являющиеся однопарциальными собственными решениями граничной задачи для полубесконечной среды со свободной поверхностью. Получено новое представление уравнений, определяющих волновые нормали этих волн и ориентацию плоскостей, на которых выполняются граничные условия. Показано, что среди вырожденных волн, распространяющихся вдоль акустической оси общего (конического) типа, существует не более трех особых решений. Получены выражения для направлений распространения квазипоперечных и квазиродильных особых волн в плоскостях симметрии. Для ряда конкретных примеров рассмотрены линии особых решений, не лежащих в плоскостях симметрии. Результаты иллюстрируются численными расчетами.

Введение

В кристаллах на некоторых выделенных поверхностях в определенных направлениях могут распространяться особые объемные упругие волны (ОВ), являющиеся однопарциальными решениями граничной задачи для свободной поверхности анизотропной среды. Такие волны представляют принципиальный интерес. Распространяясь вдоль поверхности, они, в отличие от поверхностных волн, не убывают по амплитуде с удалением от нее. С другой стороны, вопрос о наличии решений для ОВ непосредственно связан с теоремой существования и единственности поверхностных волн [1, 2] и с критерием существования квазиобъемных волн [3]. Общие свойства ОВ изучены в [4, 5]. В частности, в [5] получены уравнения, определяющие возможные направления распространения ОВ и ориентацию выделенных поверхностей, на которых удовлетворяются граничные условия. Согласно [5], эти уравнения имеют решения в кристаллах любой симметрии, причем на единичной сфере волновых нормалей $m^2=1$ должны присутствовать целые линии особых решений.

Вместе с тем, до сих пор при рассмотрении конкретных случаев реализации ОВ в кристаллах, как правило, исследовались лишь отдельные точки на этих линиях, отвечающие симметричным ориентациям направления распространения и поляризации особых волн. Известно, например, что любые поперечные волны, распространяющиеся в плоскости симметрии и поляризованные ортогонально к ней, а также распространяющиеся вдоль осей 2 или 4, принадлежат к классу ОВ [6–8]. Пример ОВ, не являющейся чистопоперечной, приведен в [9] для «несимметричного» направления волновой нормали на поверхности гексагонального кристалла, содержащей ось 6.

Цель настоящей работы – исследовать решения для особых объемных волн, не ограничиваясь высокосимметричными ориентациями их направления распространения и поляризации. Будут изучены свойства ОВ, распространяющихся вдоль акустических осей, и рассмотрен общий класс особых решений в плоскостях симметрии. Мы приведем также полученный с помощью ЭВМ полный набор линий ОВ и соответствующих линий нормалей к выделенным поверхностям для ряда кристаллов различных классов симметрии.

Некоторые общие соотношения

Рассмотрим объемную упругую волну с вектором поляризации \mathbf{A}_α , фазовой скоростью c_α и вектором смещения

$$u_\alpha = A_\alpha \exp ik(mr - c_\alpha t), \quad (1)$$

распространяющуюся в кристалле с тензором упругих постоянных c_{ijkl} и плотностью ρ (греческими индексами всюду обозначены номера изонормальных волн). Данная волна является особой по отношению к такой поверхности кристалла с нормалью \mathbf{n} , на которой выполняется граничное условие.

$$c_{ijkl} u_{\alpha k} n_i = 0 \quad (2)$$

или в другой форме

$$\mu_{ij} n_j = 0, \quad (3)$$

где тензор

$$\mu_{ij} = c_{ijkl} A_{\alpha k} m_i \quad (4)$$

с точностью до множителя (ik) равен амплитуде поля напряжений в волне (1).

В [5] получены два эквивалентных вида уравнения для определения волновых нормалей ОВ:

$$\|\hat{\mu}\| = 0 \quad (5)$$

и

$$Q_\alpha = [(A_\beta A_\alpha) \mathbf{m} \times (A_\gamma A_\alpha) \mathbf{m}] \mathbf{m} = 0, \quad (6)$$

где A_β, A_γ — векторы поляризации двух волн, изонормальных с ОВ; $(A_\beta A_\alpha) = A_\beta \hat{c} A_\alpha$; « \times » — знак векторного произведения. Отметим, что в уравнение (5) входят характеристики только одной волны α , в то время как в уравнение (6) — характеристики всех трех изонормальных волн. Согласно [10], для произвольного симметричного тензора $\hat{\delta}$ справедливо соотношение $[\bar{u} \times \bar{\delta} v] = \bar{\delta}[u \times v]$, где тензор $\bar{\delta}$ — взаимный по отношению к δ : $\bar{\delta}\delta = \|\delta\|^2$. Отсюда уравнение (6) можно привести к виду

$$Q_\alpha = \mathbf{m} \hat{\mu} \mathbf{A}_\alpha = 0. \quad (7)$$

Подставив в (7) вытекающее из уравнения Кристоффеля [10] выражение $\mathbf{A}_\alpha = (1/\rho c_\alpha^2) \hat{\mu} \mathbf{m}$, непосредственно получаем (5). Эквивалентное уравнение (5) и (6) уравнение (7) содержит, как и (5), характеристики только одной волны. С другой стороны (7), как и (6), не имеет формы детерминанта.

На линии ОВ тензор $\hat{\mu}$ — планарный: $\hat{\mu} = \mu_1 \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1 + \mu_2 \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_2$, как это следует из условия (5). Здесь $\mu_{1,2}$ и $\mathbf{e}_{1,2}$ — соответственно собственные значения и собственные векторы тензора $\hat{\mu}$. Нормаль к поверхности \mathbf{n} является третьим собственным вектором $\hat{\mu}$, отвечающим нулевому собственному значению — см. (3). Следовательно, тензор $\hat{\mu}$ на линии ОВ является линейным и имеет вид: $\hat{\mu} = \mu_1 \mu_2 \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}$. Отсюда, в частности, вытекает простой способ определения направления \mathbf{n} :

$$\mathbf{n} \parallel \hat{\mu} \mathbf{p} \quad (8)$$

для любых векторов \mathbf{p} таких, что $\hat{\mu} \mathbf{p} \neq 0$. Напомним попутно, что ОВ всегда поляризована в плоскости поверхности [4, 5].

Это непосредственно следует из граничного условия (3) и уравнения Кристоффеля:

$$A_\alpha n = (1/\rho c_\alpha^2) m \hat{\mu} n = 0. \quad (9)$$

Представляет интерес рассмотреть случай, когда два собственных значения тензора $\hat{\mu}$ равны нулю, т. е. когда тензор $\hat{\mu}$ — линейный. Пусть, например, только $\mu_1 \neq 0$. Тогда $\hat{\mu} = \mu_1 \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1$, $\hat{\mu} = 0$, $A_\alpha = (1/\rho c_\alpha^2) \mu_1 m \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_1$, и нормаль к поверхности может быть любой вектор, перпендикулярный \mathbf{e}_1 .

В качестве модельного примера можно привести триклинический кристалл с упругими модулями $c_{ii}=0$, где $i=2, 3, \dots, 6$. В таком кристалле вдоль оси x_1 может распространяться продольная ОOB, удовлетворяющая граничным условиям на любой плоскости, проходящей через ось x_1 .

ООБ вдоль акустических осей

Согласно [5], вдоль любой акустической оси с необходимостью существуют решения для ОOB. Покажем, что среди вырожденных волн, распространяющихся вдоль акустической оси общего (конического) типа [5, 11], существует не более трех ОOB. Выберем в плоскости, перпендикулярной вектору поляризации третьей, невырожденной, волны два ортогональных вектора A' и A'' . Вектор A любой из вырожденных волн можно представить как $A=A'\cos\psi+A''\sin\psi$. При этом тензор $\hat{\mu}$ представляется в виде $\hat{\mu}=\hat{\mu}'\cos\psi+\hat{\mu}''\sin\psi$. Значения ψ , которые отвечают ОOB, распространяющимся вдоль акустической оси, находим из (5):

$$\begin{aligned}\|\hat{\mu}\| = & \|\hat{\mu}'\| \cos^2\psi + (\hat{\mu}'\hat{\mu}'')_c \cos^2\psi \sin\psi + \\ & + (\hat{\mu}'\hat{\mu}'')_s \cos\psi \sin^2\psi + \|\hat{\mu}''\| \sin^3\psi = 0,\end{aligned}\quad (10)$$

где индекс «с» означает след матрицы (см. [10]). Если коэффициенты уравнения (10) одновременно не обращаются в нуль, то оно имеет не более трех физически различных¹ действительных решений, что и доказывает сформулированное утверждение. Нетрудно проверить, что комплексным корням ОOB соответствовать не может.

В качестве примера рассмотрим одну из конических акустических осей в плоскости x_1x_2 тетрагонального кристалла. Направления таких осей задаются соотношением

$$m_1^2 m_2^2 = \Delta_{14} \Delta_{46} / (\Delta_{16}^2 - d^2) = \eta, \quad (11)$$

$\Delta_{14} = c_{11} - c_{44}$, $d = c_{12} + c_{66}$, где предполагается, что $0 < \eta < 1$. Из уравнения (10) получаем, что векторы поляризации ОOB, распространяющихся вдоль акустических осей (11), имеют вид

$$A \| (-dm_1 m_2, p, 0) \cos\psi / \sqrt{p^2 + d^2 \eta} + (0, 0, 1) \sin\psi, \quad (12)$$

где

$$\operatorname{tg} \psi_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{c_{13} h_1 (-c_{66}^2 h_2^2 m_1^2 + g_1 g_2 m_2^2)}{c_{14}^2 (p^2 + d^2 \eta) [(g_1 - 2c_{66} h_2) m_1^2 + g_2 m_2^2]}}, \quad \cos\psi_3 = 0; \quad (13)$$

$$p = \Delta_{14} m_1^2 + \Delta_{46} m_2^2; \quad g_i = c_{14} p - c_{2i} dm_i^2, \quad h_i = p - dm_i^2, \quad i = 1, 2.$$

Если подкоренное выражение в (13) положительно, то среди вырожденных волн существуют три ОOB; если же оно отрицательно, то существует одна особая волна с поляризацией $A=(001)$.

Как указано в [5], каждая ОOB, распространяющаяся вдоль конической акустической оси, принадлежит линии особых решений, переходящей в точке вырождения на сфере $m^2=1$ с одной вырожденной ветви на другую. Так, в приведенном выше примере конической акустической оси в тетрагональном кристалле чистопоперечным волнам $A=(001)$ соответствует линия ОOB в виде окружности в плоскости симметрии x_1x_2 . Двум другим решениям отвечают линии ОOB, касательные $v^{(1,2)}$ к которым в точке вырождения задаются выражениями:

$$\begin{aligned}v_1^{(1,2)} / v_2^{(1,2)} &= -m_2 / m_1, \\ v_3^{(1,2)} / v_2^{(1,2)} &= 2q_s \operatorname{tg} \psi_{1,2} / (s^2 \operatorname{tg}^2 \psi_{1,2} - r),\end{aligned}\quad (14)$$

¹ Очевидно, что векторы поляризации, отличающиеся знаком, физически эквивалентны.

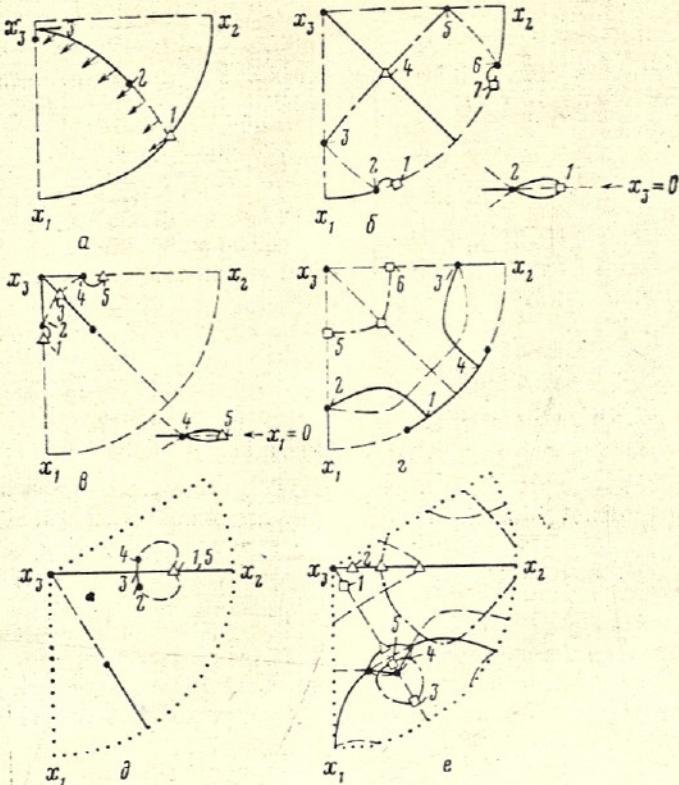


Рис. 1. Стереографические проекции линий ОOB

а — $\text{Gd}(\text{MoO}_4)_3$ (стрелками показаны проекции векторов поляризации ОOB на плоскость x_1x_3); б — TeO_2 ; в — $\text{Ba}_2\text{Si}_2\text{TiO}_5$; г — $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$; д — $\alpha\text{-SiO}_2$. Сплошные линии — для медленной, штриховые — для средней, штрихпунктирные — для быстрой волновых ветвей. Черными кружками обозначены акустические оси, треугольниками и квадратами — волновые нормали ОOB, лежащие в плоскостях симметрии и отвечающие соответственно уравнениям (19) и (23). Приводится один квадрант. Отдельные фрагменты показаны также в более крупном масштабе; здесь $x_1=0$ отмечает след соответствующей плоскости симметрии

где $s = \sqrt{p^2 + d^2 \eta} f [\Delta_{16} m_1^2 + (\Delta_{14} - d) m_2^2]/d$; $f = c_{23} + c_{44}$; $q = (\Delta_{16}^2 - d^2)(m_1^2 - m_2^2)/r$; $r = f^2 (\Delta_{14} + \Delta_{64}) [2\eta(\Delta_{16} - d) + \Delta_{64}]$. Скорости данных ОOB в окрестности точки вырождения имеют вид:

$$pc = c_{11} + v_2^{(1,2)} q [1 + (s^2 \operatorname{tg}^2 \psi_{1,2} + r)/(s^2 \operatorname{tg}^2 \psi_{1,2} - r)] / (\Delta_{14} + \Delta_{64}). \quad (15)$$

В зависимости от выбора знака $v_2^{(1,2)}$ формулы (14, 15) дают значения для одной из вырождающихся ветвей.

Численные расчеты², приведенные для ряда кристаллов, иллюстрируют полученные результаты. В кристаллах молибдата гадолиния $\text{Gd}(\text{MoO}_4)_3$, класс $mm2$, и танталата лития LiTaO_3 , класс $3m$, через конические акустические оси проходит по одной линии ОOB (рис. 1, а, д), в то время как в кристаллах парателлурита TeO_2 , класс 422, и кварца $\alpha\text{-SiO}_2$, класс 32, — по три линии (рис. 1, б, е). В кристаллах фреснонта $\text{Ba}_2\text{Si}_2\text{TiO}_5$ и тетрабората лития $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$, класс $4mm$, присутствуют конические оси обоих типов (рис. 1, в, г). При этом в тетрагональных кристаллах парателлурита и тетрабората лития имеет место ситуация, описываемая формулами (11–15).

В частном случае все коэффициенты уравнения (10) могут обратиться в нуль, и тогда условию (5) удовлетворяют любые значения ψ , т. е. все вырожденные волны оказываются особыми. Такая ситуация возникает, например, вдоль осей симметрии 4 и 6, являющихся касательными акусти-

² Расчетные кривые получены в пренебрежении пьезоэлектрическим взаимодействием. Упругие постоянные взяты соответственно из [12–17].

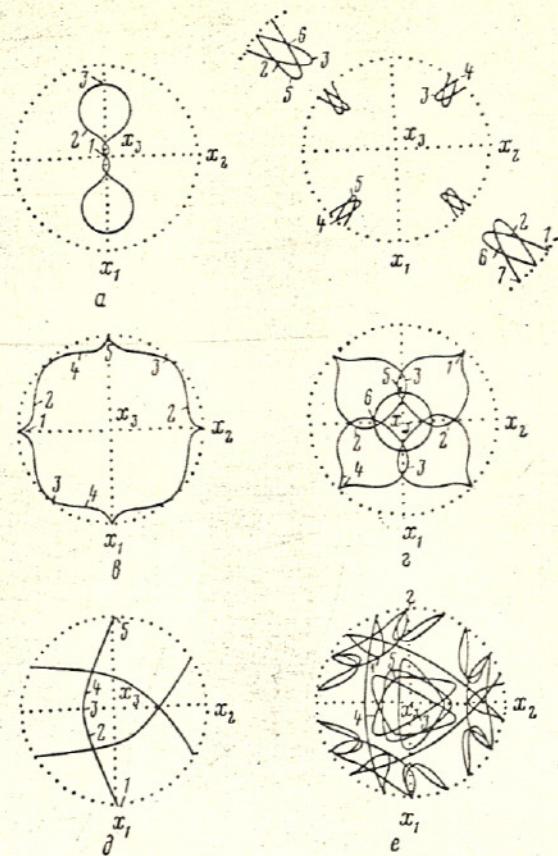


Рис. 2. Стереографические проекции линий нормалей к плоскостям, на которых ОOB удовлетворяют граничным условиям

ческими осями. Через соответствующую точку на сфере $m^2=1$ может проходить более трех линий ОOB (см. рис. 1, б—г).

На рис. 2 приведены стереографические проекции линий нормалей n к плоскостям, на которых ОOB удовлетворяют граничным условиям (2). На рис. 1 и 2 для каждого кристалла однаковыми цифрами обозначены точки, которые при обходе по линии ОOB соответствуют друг другу. Если при таком обходе мы переходим с одной гладкой линии ОOB на другую, то на линиях нормалей n имеет место «перескок»³. При этом на рис. 2 не приводятся тривиальные линии нормалей n для чистопоперечных ОOB, распространяющихся в плоскостях симметрии (см. (16)).

ООВ в плоскостях симметрии

Как уже упоминалось выше, вдоль любого направления распространения в плоскости симметрии чистопоперечная волна, поляризованная ортогонально этой плоскости, является особой по отношению к поверхности с нормалью

$$n \parallel (0, c_{55}m_3, -c_{66}m_2). \quad (16)$$

Соответственно на сфере $m^2=1$ для данной ветви имеет место линия ОOB, представляющая собой окружность в плоскости симметрии. В изотропных и поперечно-изотропных средах эти окружности, размножаясь элементами симметрии, покрывают всю сферу $m^2=1$, так что вдоль любого направления распространяется чистопоперечная ОOB. Менее тривиальным оказывается вопрос об условиях существования квазипродольной и квазипоперечной ОOB, распространяющихся в плоскости симметрии.

³ Кроме того, на рис. 2, б, в такой «перескок» возникает также при инверсии $n \rightarrow -n$, использовавшейся для того, чтобы изобразить линии нормалей n полностью в верхней полуплоскости.

Рассмотрим, например, координатную плоскость x_2x_3 ромбического кристалла. Скорость и поляризация квазипротодольной и квазипоперечной волн определяются выражениями:

$$2\rho c_{\pm}^2 = [(c_{22} + c_{44})m_2^2 + (c_{33} + c_{44})m_3^2 \pm R], \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_{\pm} \parallel (0, 2fm_2m_3, \Delta_{34}m_3^2 - \Delta_{24}m_2^2 \pm R),$$

где $R^2 = (\Delta_{24}m_2^2 - \Delta_{34}m_3^2)^2 + 4d^2m_2^2m_3^2$.

Тензор $\hat{\mu}$ (4) имеет вид:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} c_{12}A_2m_2 + c_{13}A_3m_3, & 0, & 0 \\ 0, & c_{22}A_2m_2 + c_{23}A_3m_3, & c_{44}(A_2m_3 + A_3m_2) \\ 0, & c_{44}(A_2m_3 + A_3m_2), & c_{23}A_2m_2 + c_{33}A_3m_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Очевидно, условие (5) выполняется, если

$$\mu_{11} = 0, \quad (19)$$

т. е.

$$m_3[(2fc_{12}/c_{13} - \Delta_{24})m_2^2 + \Delta_{34}m_3^2 \pm R] = 0. \quad (20)$$

Уравнение (20) кроме тривиальных решений $m_2 = 0; 1$, соответствующих $\mathbf{m} \parallel 2$, задает также «несимметричное» направление распространения ОВ

$$m_2^2/m_3^2 = \operatorname{tg}^2 \theta = c_{13}(c_{12}\Delta_{34} - c_{13}f)/c_{12}(c_{13}\Delta_{24} - c_{12}f). \quad (21)$$

Единственным условием существования такой ОВ является неотрицательность правой части выражения (21). Подстановка (21) в (20) определяет знак перед радикалом R . Тем самым в каждом конкретном случае выбирается ветвь: квазипротодольная или квазипоперечная — которой принадлежит данная ОВ. Ее фазовая скорость и поляризация, согласно (17), (20), равны

$$\rho c_{\alpha}^2 = (c_{22} - fc_{12}/c_{13}) \sin^2 \theta + c_{44} \cos^2 \theta, \quad (22)$$

$$\mathbf{A}_{\alpha} \parallel (0, -c_{13}, c_{12} \operatorname{tg} \theta).$$

При этом из (13), (18) следует, что рассматриваемая волна оказывается особой по отношению к плоскости симметрии x_2x_3 (см. рис. 1, 2).

Полученные выше формулы можно использовать в кристаллах произвольной симметрии, исключая моноклинические и тригональные. Для этого исследуемую плоскость симметрии следует совместить с плоскостью x_2x_3 и записать тензор $\hat{\mu}$ в повернутой системе координат. В случае плоскости симметрии, ортогональной оси 4, уравнение (21) определяет чистопоперечную ОВ с волновой нормалью $\mathbf{m} \parallel 2$ в диагональной плоскости. При непрерывном переходе от тетрагонального или кубического кристалла в ромбическую данная ОВ становится квазипоперечной, а ее направление распространения — «несимметричным». Выражение (21) для «несимметричного» направления квазипротодольной или квазипоперечной ОВ в плоскости, содержащей ось 6, совпадает с результатом, полученным в [9]. Очевидно, что вследствие поперечной изотропии данное решение порождает для соответствующей ветви на сфере $\mathbf{m}^2 = 1$ целую линию ОВ в виде окружности.

Следует подчеркнуть, что из (5), (18) паряду с (19) вытекает уравнение нечеткого порядка относительно m_2/m_3

$$\mu_{22}\mu_{33} - \mu_{23}^2 = 0, \quad (23)$$

которое также может задавать направления распространения квазипротодольной и квазипоперечной ОВ в плоскости симметрии. Отметим, что в отличие от класса решений, задаваемых уравнением (19), волны, определяемые из уравнения (23), являются особыми по отношению к плоскостям с нормалями \mathbf{n} , лежащими в плоскостях симметрии. В представленах на рис. 1, 2 кристаллах реализуются решения обоих классов.

Для квазипротодольных и квазипоперечных волн, распространяющихся в плоскостях симметрии моноклинических и тригональных кристаллов, тензор $\hat{\mu}$ в подходящей системе координат имеет ту же структуру, что и (18).

Следовательно, ОOB определяются условиями (19) и (23), которые задают волны, особые относительно плоскостей с нормалями соответственно ортогональными плоскостями симметрии и принадлежащими им. Однако в данном случае (19) и (23) приводят к громоздким уравнениям, сложным для аналитического исследования.

Линии ОOB, не лежащие в плоскостях симметрии

Как видно из рис. 1, в кристаллах кроме тривиальных линий ОOB в плоскостях симметрии существует широкий спектр линий общего положения. В частности, также линии пересекают плоскости симметрии в точках, исследовавшихся в предыдущем разделе. Обычно линии ОOB общего положения начинаются и кончаются на акустических осиях. Однако они могут и не проходить через точки вырождения (рис. 1, *г, е*).

Линии ОOB обсуждаемого типа могут возникать за счет деформации окружностей волновых нормалей чистопоперечных особых волн при понижении симметрии кристалла, приводящем к исчезновению плоскостей симметрии. Рассмотрим, например, моноклинный кристалл. Вдоль оси 2 с необходимостью распространяются две чистопоперечные ОOB для квазипоперечных в окрестности этой оси ветвей. При этом моноклинная ось 2 не принадлежит плоскостям симметрии, поэтому данные линии не являются в общем случае плоскими кривыми. Касательная к линии ОOB в точке $\theta=0$ ($m \parallel 2$) для ветви, характеризующейся при $\theta=0$ фазовой скоростью $(c_{44}/\rho)^{1/2}$ и поляризацией (010), определяется из выражения

$$m_2^2/m_1^2 = (c_{16}\Delta_{34} - c_{36}c_{13})/(c_{13}f - c_{12}\Delta_{34}). \quad (24)$$

В окрестности точки $\theta=0$ нормаль n к поверхности, на которой выполняются граничные условия, задается соотношением $n \parallel (1, 0, \gamma)$, где

$$\gamma = [(c_{38}f - c_{26}\Delta_{34})m_1 + (c_{38}^2 - c_{66}\Delta_{34})m_2]/c_{44}\Delta_{34}. \quad (25)$$

Аналогичные решения получаются при соответствующей перестановке индексов и для другой ветви.

Объемные особые решения существуют также в пьезоэлектриках. В [18] для волновых нормалей в плоскостях симметрии были рассмотрены секторы существования решений Блюстейна — Гуляева [19, 20]. Эти секторы ограничены волновыми нормалями особых объемных волн. На сфере $m^2=1$ таким направлениям соответствуют точки пересечения с плоскостью симметрии рассмотренных выше линий ОOB, деформированных пьезоэффектом. Обусловленное пьезоэффектом расщепление линий ОOB на сфере направлений, очевидно, должно быть мало, поскольку обычно малы коэффициенты электромеханической связи.

Литература

1. Barnett D. M., Lothe J. J. Phys., F, 1974, 4, 671.
2. Lothe J., Barnett D. M. J. Appl. Phys., 1976, 47, 428.
3. Лоте Е., Альшиц В. П. Кристаллография, 1977, 22, 906.
4. Chadwick P., Smith G. D. Advances Appl. Mech., 1977, 17, 303.
5. Альшиц В. П., Лоте Е. Кристаллография, 1979, 24, 672, 683, 1122.
6. Любимов В. Н., Санников Д. Г. ФТГ, 1975, 17, 478.
7. Любимов В. Н., Санников Д. Г. Акуст. журн., 1976, 22, 458.
8. Любимов В. Н., Санников Д. Г. Кристаллография, 1979, 24, 1131.
9. Альшиц В. П., Лоте Е. Кристаллография, 1978, 23, 901.
10. Федоров Ф. П. Теория упругих волн в кристаллах. М.: Наука, 1965.
11. Crampin S. Wave motion, 1981, 3, 343.
12. Злоказов М. В., Проклов А. Л., Науменко Н. Ф. В кн.: Материалы XII Всесоюз. конф. по акустоэлектронике и квантовой акустике. Ч. II. Саратов, 1983, с. 354.
13. Ohmachi J. J. Acoust. Soc. America, 1972, 51, 164.
14. Kimura M. J. Appl. Phys., 1977, 48, 2850.
15. Shorrock N. M., Whatmore R. W., Ainger F. W., Young I. M. Ultrasonics Symp. Proc. Boston, 1981, p. 337.
16. Warner A.-W., Ono M., Coquin G. A. J. Acoust. Soc. America, 1967, 42, 1223.
17. Шевелько М. М., Яковлев Л. А. Акуст. журн., 1977, 23, 331.
18. Любимов В. Н., Альшиц В. П. Кристаллография, 1980, 25, 33.
19. Bleustein J. L. Appl. Phys. Lett., 1968, 13, 412.
20. Гуляев Ю. В. Письма в ЖЭТФ, 1969, 9, 37.

Институт кристаллографии АН СССР
Научно-исследовательский физико-химический
институт им. Л. Я. Карпова
Московский институт стали и сплавов

Поступила в редакцию
20.III.1984
С доработки
28.IV.1984